



Habilidades Académicas y de Preparación para la Carrera

**Repaso de
Matemáticas
Elementales**

Unidad

2

National PASS Center

2013

Adición y Sustracción Con Números Enteros

Vocabulario:

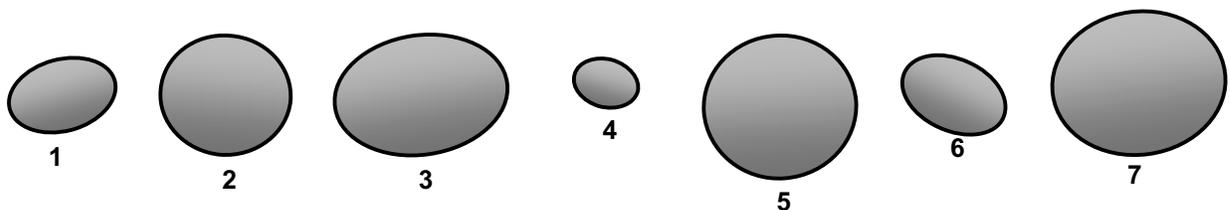
- ✓ adición
- ✓ sustracción

La **adición** es el proceso empleado para contar el número de objetos en dos o más grupos. Imagina que caminas por una playa, recogiendo piedras.

Recoges unas piedras oscuras y las cuentas.



Hay cuatro piedras oscuras. Entonces te das cuenta que hay más piedras de colores pálidos y las cuentas.



Tienes cuatro piedras oscuras y siete piedras pálidas.

¿Cuántas piedras tienes en total? Cuéntalas.



Utilizaste la **adición** para encontrar la suma de las piedras oscuras y las piedras pálidas. Para sumar 4 y 7, empezaste con 4, contaste 7 más, y terminaste con 11. Podrías haber empezado también con 7 y contado 4 más; la respuesta hubiera sido la misma.

- ✓ La adición se utiliza para contar el número de objetos en dos o más grupos.
- ✓ El símbolo empleado para la adición es “+”.
- ✓ La suma es el número que obtienes cuando pones dos o más números juntos.

Por ejemplo: $2 + 3 = 5$. 9 más 7 es 16. La suma de 6 y 0 es 6.

Existen varias formas de mostrar la adición en matemáticas.

Por ejemplo, unir cuatro piedras oscuras y siete pálidas se puede escribir así:

$$4 + 7 = 11, \quad \text{or} \quad \begin{array}{r} 4 \\ + 7 \\ \hline 11 \end{array}$$

Ambas formas de escribir el problema de adición son correctas. La segunda forma es más útil cuando sumas números grandes. Fíjate en este otro ejemplo:

Ejemplo: Jahmel lanzó una bola a 27 pies. La recogió y la lanzó de nuevo. La segunda vez cayó a 25 pies. ¿A cuántos pies en total lanzó la bola Jahmel? O, ¿cuál es la suma de las distancias a la que Jahmel lanzó la bola?

Solución Utiliza la adición para resolver el problema.

Paso 1: Alinea los números uno arriba del otro como se muestra.

Paso 2: Suma primero los dígitos del extremo derecho.

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 25 \\ \hline \end{array}$$

$7 + 5 = 12$

Paso 3: Pon el 2 bajo la línea, y el 1 en el siguiente lugar, como se ve.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 27 \\ + 25 \\ \hline 2 \end{array}$$

Paso 4: Ahora suma cada dígito de la siguiente columna.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 27 \\ + 25 \\ \hline 52 \end{array}$$

$1 + 2 + 2 = 5$

Paso 5: Escribe el resultado a un lado del 2.

$$52$$

Por tanto, Jahmel lanzó la bola a 52 pies en total.

Regla

Para sumar dos o más números:

1. Escribe los números. Pon los dígitos de la derecha de cada número uno arriba del otro.
2. Suma todos los dígitos. Comienza por los de la derecha.
 - a. Si la primera suma es de diez o más, escribe el dígito en el lugar de los unos directamente debajo de los dígitos que sumaste.
 - b. Escribe el número en el lugar de las decenas arriba de la siguiente columna de la izquierda.
3. Suma los dígitos de la columna a la izquierda de la que acabas de sumar.
 - a. Si la suma da diez o más, repite el paso 2, a. y b.
4. Repite este proceso, de derecha a izquierda, hasta que cada columna de dígitos haya sido sumada.

Ve un ejemplo más.

Ejemplo Tony llenó el tanque de gasolina de su auto por \$35. Más tarde, su auto se descompuso. La reparación costó \$129. ¿Cuánto dinero en total gastó Tony ese día en su auto?

Solución Para resolver este problema, debes sumar 35 y 129. Cuando pongas los números uno arriba del otro, asegura que los dígitos de la derecha estén alineados.

Correcto

$$\begin{array}{r} 129 \\ + 35 \\ \hline \end{array}$$

Incorrecto

$$\begin{array}{r} 129 \\ + 35 \\ \hline \end{array}$$

Ahora, sigue los pasos estudiados. Trabaja de derecha a izquierda.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 129 \\ + 35 \\ \hline 164 \end{array}$$

La suma final se verá así.

Tony gastó un total de \$164 en su auto ese día.

Este método funciona también para sumar más de dos números.

¡Inténtalo!

1. Desarrolla las sumas siguientes

a. $1 + 2 =$

b. $7 + 2 =$

c. $11 + 4 =$

d. $4 + 6 =$

e. $7 + 6 =$

f. $7 + 8 =$

g. $14 + 7 =$

h. $30 + 40 =$

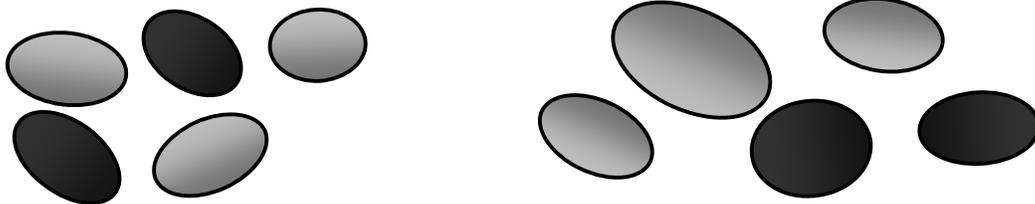
i. $179 + 5 =$

2. Pedro recogió 1,247 duraznos el lunes, y 989 el martes. ¿Cuántos duraznos recogió en total?

3. Encuentra la suma. $124 + 65 + 4$

Sustracción

Estás de regreso en la playa. Esta vez, recogiste diez piedras. Decides regresar cinco de esas al agua, una por una. Ya que has arrojado la primera, quitas una de diez. Te quedan nueve piedras. Luego arrojas otra. Ahora, te quedan ocho. Luego siete, y finalmente, te quedan cinco piedras en la mano.



piedras arrojadas al agua

El proceso de restar se llama **sustracción**.

- ✓ Se usa la **sustracción** cuando las cosas se restan de un grupo.
- ✓ El símbolo de la sustracción es una raya, “—”. Se llama un signo de menos.
- ✓ La respuesta a un problema de sustracción se llama la diferencia.
- ✓ Existen tres formas de mostrar la sustracción:
 $5 - 3 = 2$. 14 menos 2 es 12. La diferencia entre 21 y 7 es 14.

Ejemplo: ¿Cuál es la diferencia entre 8 y 5?

Solución: Cuando se pide encontrar la diferencia, eso significa sustracción.

Para encontrar $8 - 5$, empieza con el 8, y cuenta hacia atrás hasta 5.

8	7	6	5	4	3
	1	2	3	4	5

Así, $8 - 5 = 3$

Existe otro método más sencillo para encontrar la diferencia entre dos números. Éste utiliza la adición.

Ejemplo: Adrián compró víveres por un costo de \$23. Entregó \$30 al cajero.
¿Cuánto cambio debe recibir Adrián?

Solución: Para encontrar cuánto cambio debe recibir Adrián, debes encontrar la diferencia entre 30 y 23. Una forma de encontrarla es haciéndote esta pregunta, “¿23 más cuánto me dará 30?” en términos matemáticos:

$$23 + \underline{\quad} = 30$$

Cuenta desde 23 hasta 30, y lleva cuenta de cuántos son.

24	25	26	27	28	29	30
(1	2	3	4	5	6	7)

La respuesta es siete. $23 + \underline{7} = 30$

Adrián recibirá \$7 de cambio.

Este método es muy útil para restar mentalmente. Mucha gente utiliza los dedos para restar con este método.

¿Qué pasaría si tuvieras que restar números grandes? ¿Te servirá contar con los dedos?

Ejemplo: Pedro tiene una bolsa con 150 dulces dentro. Regala 72 dulces en Halloween. ¿Cuántos dulces le quedaron?

Solución: Las palabras como *regalar*, *reducir*, *quitar*, o *menos* significan sustracción. En este caso, el problema dice que Pedro regala 72 dulces de los 150 que tiene. Eso significa sustracción: $150 - 72$

Estos dos números son grandes. Para sustraerlos, utiliza el mismo método que empleaste al sumar números grandes. Sigue los pasos siguientes.

$$\begin{array}{r} 150 \\ - 72 \\ \hline \end{array}$$

Paso 1: Escribe los números uno arriba del otro, con los dígitos de la derecha perfectamente alineados.

Paso 2: Iniciando con los dígitos de la derecha, resta el dígito de abajo al de arriba.

$$\begin{array}{r} 150 \\ - 72 \\ \hline \end{array}$$

¿Cómo obtienes $0 - 2$?
Dos es más que cero.

Debes utilizar el *método de pedir prestado*. Observa el número 150 y recuerda los valores de los lugares.

150 tiene **0** en las unidades, **5** en las decenas, y **1** en los cientos.

Puedes pedir prestada una decena de las cinco que tienes para hacer la sustracción. Una decena vale diez unidades. (Piensa en dinero. Un billete de diez dólares se puede cambiar por diez billetes de un dólar). Toma 1 decena de las 5 y cámbiala por diez unidades.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 10 \\
 1 \cancel{5} \cancel{0} \\
 - 72 \\
 \hline
 \end{array}$$

Tacha el 5 y quítale 1. $5 - 1 = 4$. Pon el 4 arriba del 5 tachado.

Ahora tacha el 0, y súmalo 10. $0 + 10 = 10$. Ahora ya puedes sustraer el 2 de diez.

Ahora, observa el 4 y el 7 en la columna de en medio.

Como 7 es mayor que 4, nuevamente debes pedir prestado.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 10 \\
 1 \cancel{5} \cancel{0} \\
 - \cancel{7} 2 \\
 \hline
 8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 14 \\
 4 \quad 10 \\
 1 \cancel{5} \cancel{0} \\
 - 72 \\
 \hline
 78
 \end{array}$$

El problema terminado se verá así.

A Pedro le quedan 78 dulces en la bolsa.

Regla

Para sustraer dos números:

1. Escribe los números con los dígitos de la derecha uno directamente arriba del otro.
2. Iniciando con los dígitos de la derecha, resta el de abajo al de arriba.
 - a. Si el dígito de abajo es más grande que el de arriba, pide una unidad prestada de las decenas del número de arriba. Quítale uno, y agrega diez a las unidades del número de arriba. Luego, haz la resta en la columna de las unidades.
3. Resta los dígitos en la columna de las decenas.
 - a. Pide prestado del lugar de las centenas, si en la columna de las decenas el dígito de abajo es más grande que el de arriba.
4. Repite el proceso hasta que en cada columna de dígitos se haya realizado la sustracción.

¡Inténtalo!

4. Encuentra las diferencias.

a. $3 - 2 =$

b. $7 - 4 =$

c. $9 - 3 =$

d. $6 - 5 =$

e. $8 - 1 =$

f. $11 - 3 =$

g. $15 - 7 =$

h. $13 - 11 =$

i. $6 - 6 =$

5. Resuelve los siguientes problemas de sustracción rescribiéndolos como problemas de adición. (Ej: $7 - 4 = \underline{\quad}$ debe ser reescrito como $4 + \underline{\quad} = 7$)

a. $17 - 13 =$

b. $12 - 9 =$

c. $56 - 52 =$

c. $27 - 22 =$

e. $13 - 12 =$

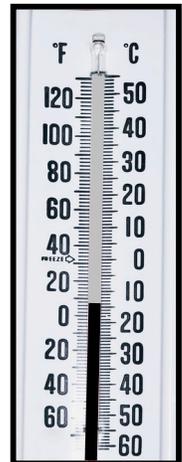
f. $54 - 24 =$

6. Tami está ahorrando dinero para viajar a Hawái en las vacaciones de primavera. El viaje costará \$1745. Hasta ahora lleva ahorrado \$1290. ¿Cuánto más debe ahorrar?

Utilizando Rectas Numéricas y Fichas de Enteros

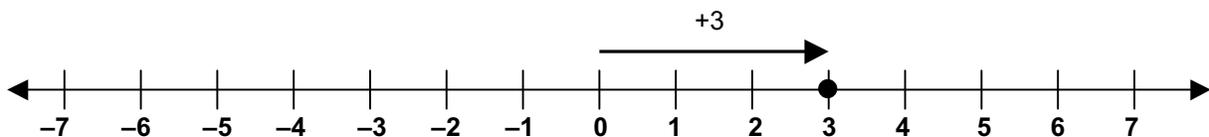
Se pueden usar las rectas numéricas y las fichas de enteros para sumar y restar. Pueden ser útiles en situaciones de la vida real.

Ejemplo: Una mañana lees la temperatura exterior. El termómetro tiene una lectura de tres grados. Se supone que la temperatura del día siguiente será de cinco grados más fría. ¿A qué temperatura estaremos el día de mañana?



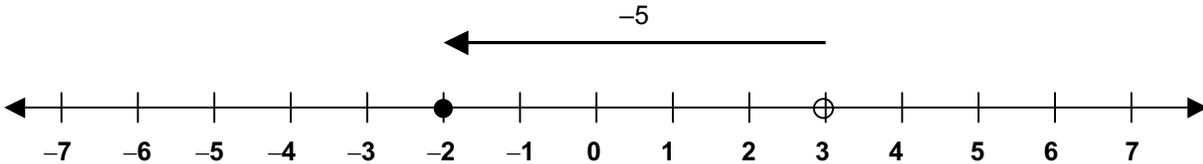
Solución: Estamos hablando de sustraer enteros. Para determinar la temperatura pronosticada para mañana, necesitamos restar 3 grados menos 5 grados, $3 - 5$. Para pensar en este problema, utilicemos algo que nos sea familiar. ¿Qué tal una recta numérica?

En este problema, la temperatura en 3 grados positivos. Desarrollalo en la recta numérica.



Cuando no hay signo frente al número, éste es positivo.

Se supone que la temperatura bajará o se decrementará cinco grados. En matemáticas, “decrementarse” significa sustracción. En una recta numérica, vas a la izquierda para restar. Vas a la derecha para sumar. Cuenta cinco números a la izquierda de 3. Pon un punto en el nuevo número.



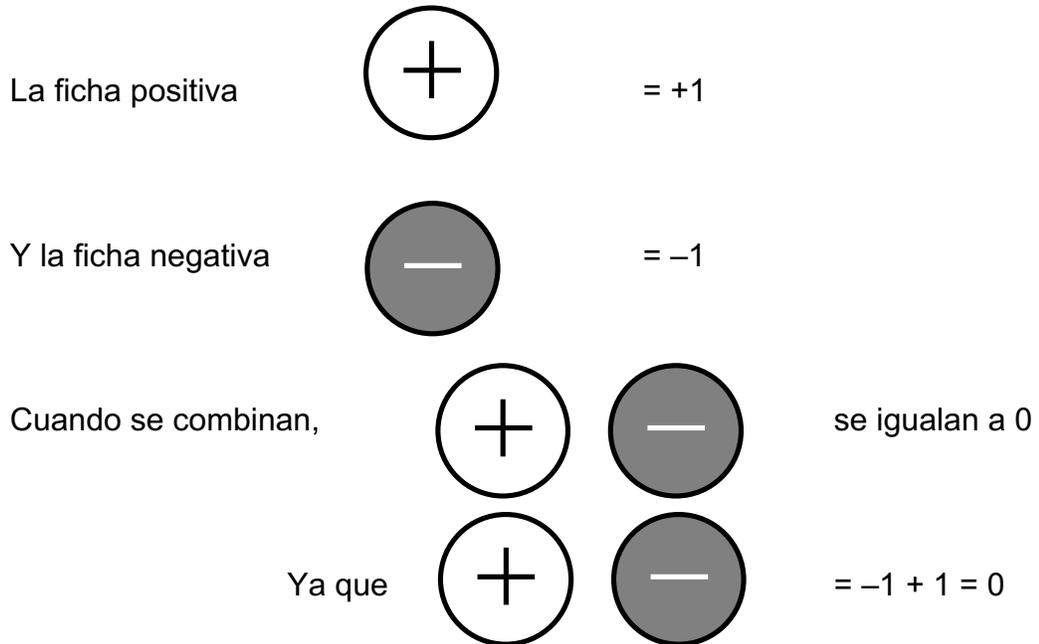
Terminamos en -2 , así que $3 - 5 = -2$. La nueva temperatura será de -2 grados.

Resolverlo de esta manera se llama método de la recta numérica. Repasa los pasos que seguiste.

- ✓ Iniciando de cero, encontraste el número al inicio del problema (3).
- ✓ Pones un punto en su lugar sobre la escala de números.
- ✓ Luego, dibujaste una flecha sobre la línea, desde cero hasta el número.
- ✓ Para restar, contaste 5 números a la izquierda y pusiste un punto en el número nuevo (-2).
- ✓ Luego, dibujaste otra flecha sobre la línea, desde el primer número hasta el nuevo.

La solución del problema es el número que encontraste al final: -2 .

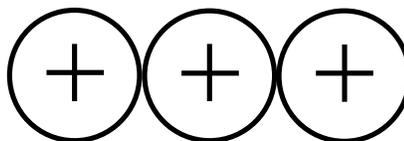
Otra forma de resolver el problema es por el método de fichas de los números enteros. Existen dos tipos de fichas de números enteros diferentes:



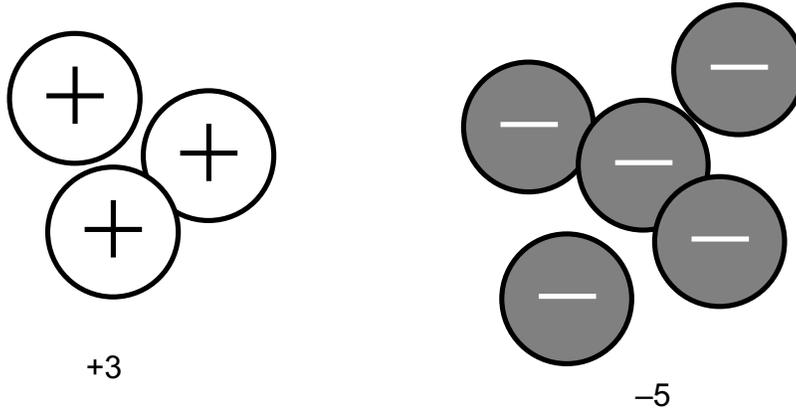
Se anulan uno al otro. Para demostrarlo, táchalos en cuanto los veas juntos.

Ahora, resuelve el problema de la temperatura utilizando este método.

El problema inició con tres grados positivos. Ilustra esto con tres fichas positivas.

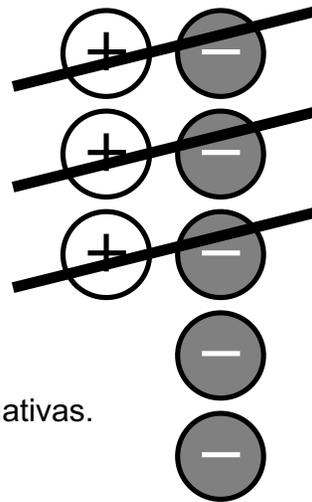


Luego, la temperatura cae a 5 grados. Agrega 5 fichas negativas a la pila.



Recuerda: una ficha positiva y una negativa se anulan uno al otro. $\oplus \ominus = 0$.
Reagrupa las fichas. Haz que cada ficha positiva y negativa coincidan.

¡Anulación!



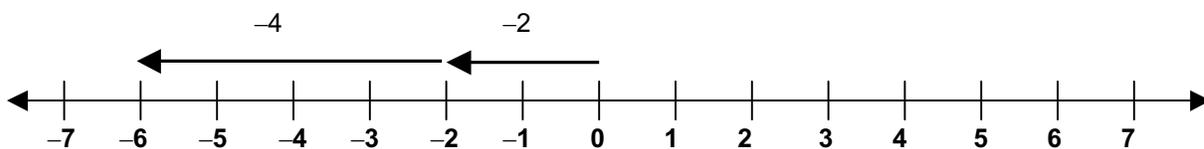
Puedes ver que solo quedan dos fichas negativas.

La temperatura será de -2 grados mañana.

Veamos otro ejemplo.

Ejemplo: ¿Qué resulta de $-2 - 4$?

Solución: Utiliza una recta numérica. Tienes un número negativo menos otro número negativo. “Menos” significa sustracción. Te mueves a la izquierda. Primero encuentra -2 . Empieza en cero sobre la escala de números y ve dos lugares a la izquierda. Ahora, resta 4. Muévete otros cuatro lugares a la izquierda.

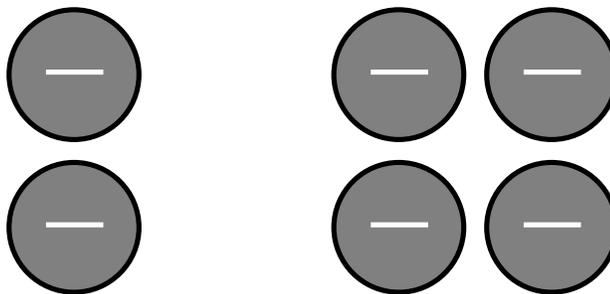


Llegas a -6 . Así que la respuesta es $-2 - 4 = -6$.

Debes obtener la misma respuesta utilizando las fichas de enteros. Existen realmente dos formas de resolver el problema mediante fichas.

Método 1

La primera forma es pensando en $-2 - 4$ como dos fichas negativas más otros cuatro fichas negativas, o $-2 + -4$.

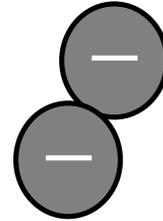


Puedes ver que hay 6 fichas negativas en total. Así, la respuesta es -6 .

Método 2

La segunda forma de pensar acerca de $-2 - 4$ es empezar con dos fichas negativas, y quitar cuatro fichas positivas, o $-2 - (+4)$.

Aquí hay dos fichas negativas.



¿Cómo puedes quitar 4 fichas positivas si no hay ninguna ahí?

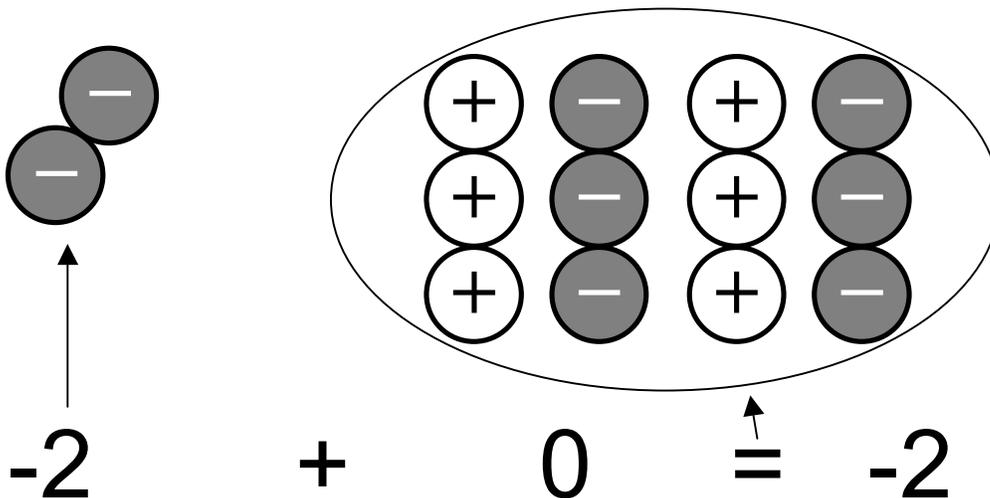
¿Y si tuvieras un número de fichas positivas y negativas que sean igual a -2 ?

Recuerda: $\oplus \ominus = 0$ y un número más cero permanece igual.

✓ La **propiedad de identidad de la adición** dice que un número más cero es igual al número. El cero no cambia la “identidad” del número.

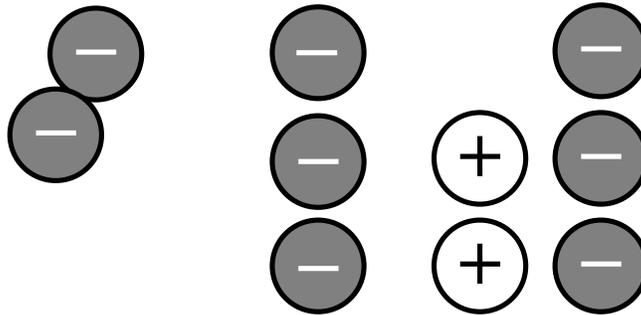
Por ejemplo, $5 + 0 = 5$, o $a + 0 = a$.

La propiedad de identidad te dejará sumar pares de fichas positivas y negativas, sin cambiar su valor.

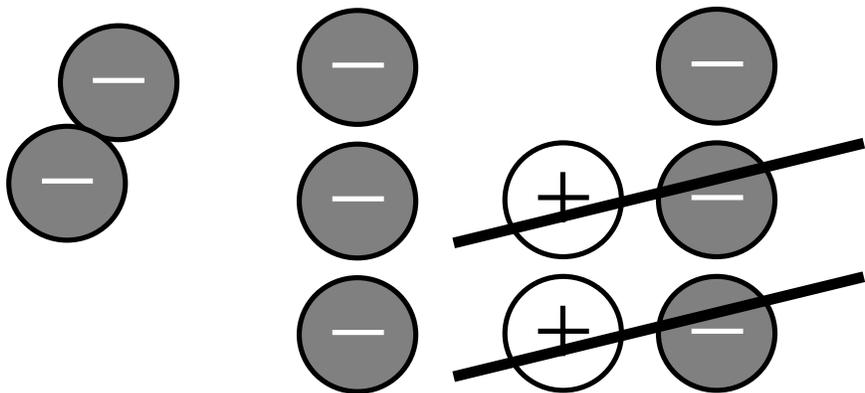


Ahora tienes muchas fichas para utilizar.

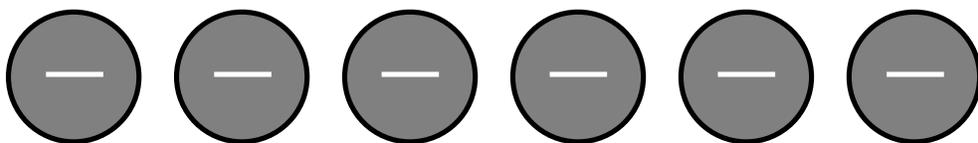
Para mostrar $-2 - 4$ como $-2 - (+4)$, quita cuatro de las fichas positivas.



Ahora anula grupos de $(+) (-)$.



Cuenta las fichas que quedan. Puedes ver que hay 6 fichas negativas.



La solución es -6 .

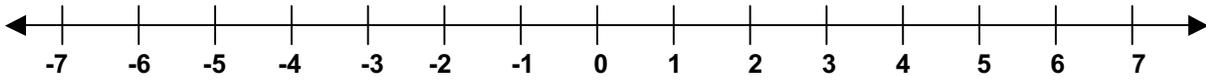
Los métodos de las fichas de enteros demostraron que se puede pensar en la sustracción de dos maneras:

- ✓ como sumar números negativos o
- ✓ ¡como quitar números positivos!

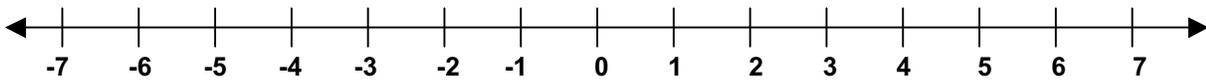
¡Inténtalo!

7. Muestra las siguientes sumas usando el método de la recta numérica.

a. $-2 + 5$



b. $4 - 3$



8. Muestra estos problemas de sustracción utilizando ambos métodos de fichas de enteros (suma de fichas negativas, y sustracción de fichas positivas).

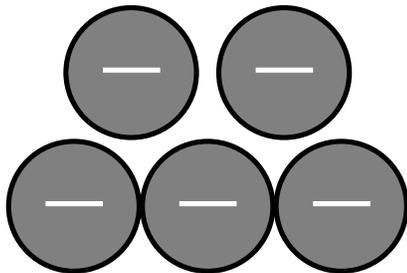
a. $3 - 7$

b. $8 - 2$

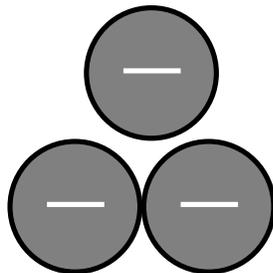
Ejemplo: Evalúa $-5 - (-2)$

Solución: Fíjate en esto. ¡Estás sustrayendo un número negativo de un número negativo! Esto podría ser confuso mostrarlo en una recta numérica, así que mejor usemos nuestras fichas de enteros.

Empieza con 5 fichas negativas.



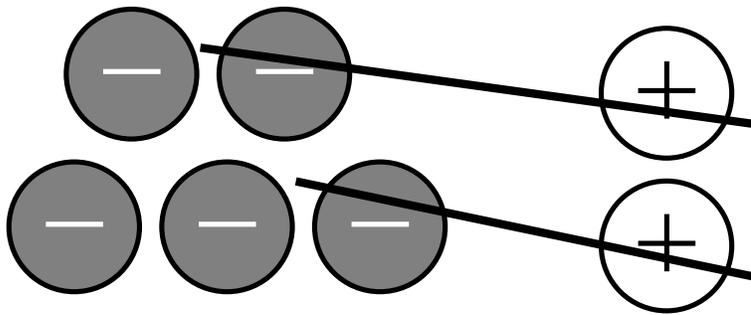
Luego, quita dos fichas negativas.



Te quedan 3 fichas negativas, o -3 .

En ocasiones utilizamos paréntesis () para facilitar su entendimiento. Aquí se usan para separar dos signos negativos.

Acabas de encontrar que $-5 - (-2) = -3$.
¿Que tal si evalúas $-5 + 2$? Utilizando las fichas, se verá como sigue:



Anula grupos de fichas positivas y fichas positivas, ya que su valor es cero.

Otra vez, la respuesta es -3 .

¡Mira eso! Sustraer un número negativo es lo mismo que sumar un número positivo.

$$-5 - (-2) = -5 + 2 = -3$$

Regla

Para sumar o restar números enteros:

- ✓ Agregar un número entero positivo significa sumar $5 + (+8) = 5 + 8$
- ✓ Agregar un número entero negativo significa restar $5 + (-8) = 5 - 8$
- ✓ Restar un número entero positivo significa restar $5 - (+8) = 5 - 8$
- ✓ Restar un número entero negativo significa sumar $5 - (-8) = 5 + 8$

¡Inténtalo!

Simplifica cada expresión usando solo números.

9. a. $3 + 2$

b. $6 - 9$

c. $-4 + (-3)$

d. $-7 - (-4)$

☞ Fin de la Lección 2 ☞