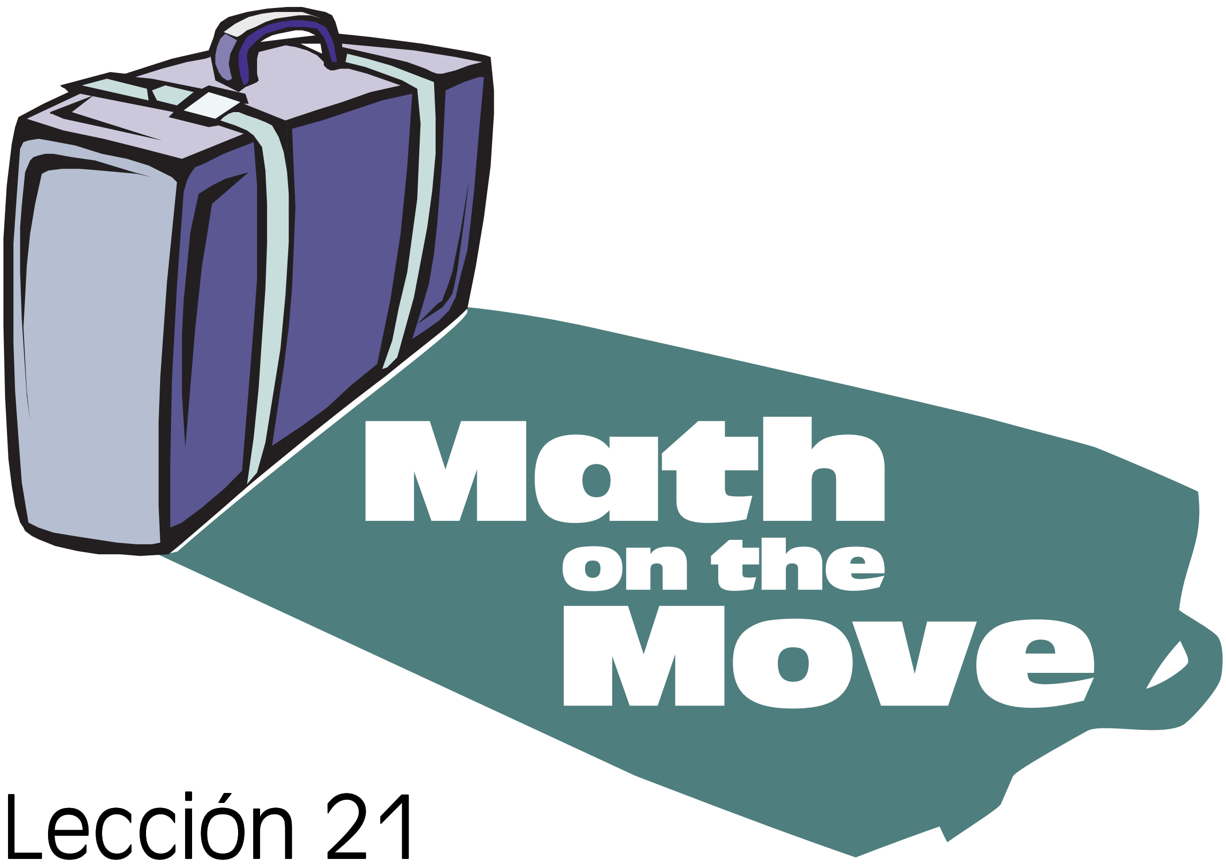
Nombre del estudiante: ______________________ Fecha: ______________________	Nombre de la persona de contacto: ______________________ Número de teléfono: ______________________



Lección 21

Círculos

Objetivos

- Entender los conceptos de radio y diámetro
- Determinar la circunferencia de un círculo, dado el diámetro o el radio
- Determinar el área de un círculo, dado el diámetro o el radio

Autores:

Jason March, B.A.
Tim Wilson, B.A.

Traductores:

Felisa Brea
Hugo Castillo

Editor:

Linda Shanks

Gráficos/Gráficas:

Tim Wilson
Jason March
Eva McKendry

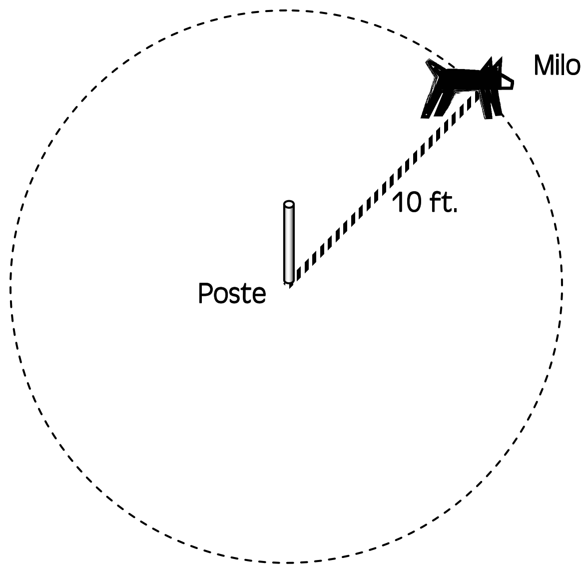
Como el sistema de medidas estándar es usado comúnmente en los Estados Unidos, esas unidades de medida (inches, feet, yards, miles, pounds, ounces, cups, pints, quarts, y gallons) han sido dejadas en inglés. Estas unidades de medida aparecen en mayor detalle en la lección 14.

Centro National PASS
Centro Migrante BOCES Geneseo
27 Lackawanna Avenue
Mount Morris, NY 14510
(585) 658-7960
(585) 658-7969 (fax)
www.migrant.net/pass

Genesee Valley
Board Of Cooperative Educational Services

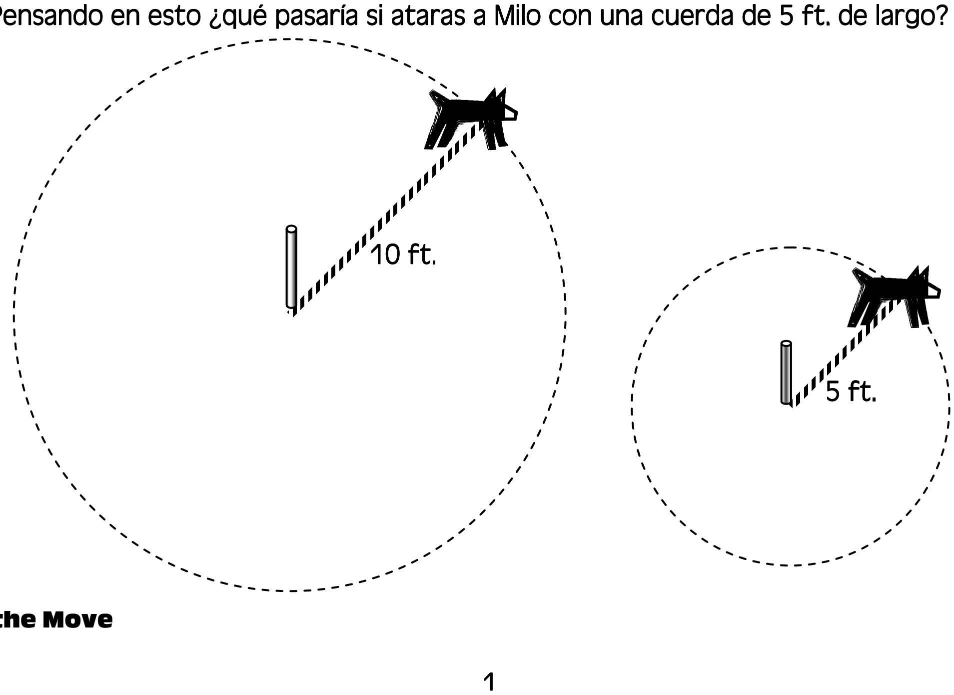
Preparado por el Centro PASS bajo los auspicios del Comité Coordinador Nacional de PASS con fondos del Centro de Servicios de Educación de la Región 20, San Antonio, Texas como parte del proyecto dei Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante (MAS) = Logros en Matemáticas Achievement = Success (MAS) - Además, del apoyo de proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante de Oportunidades para el Éxito para los Jóvenes fuera–de-la-Escuela (OSY) bajo el liderazgo del Programa de Educación Migrante de Kansas.

Imagina que acabas de recibir una nueva mascota, tu perro Milo. Sabes que no debes dejarlo libre en el patio porque podría escapar. Decides entonces conseguir una cuerda de 10-ft. (pies) de largo para atar a Milo a un poste en medio del patio. Después que le has atado, el estira la cuerda hasta donde puede llegar y se pone a caminar alrededor.



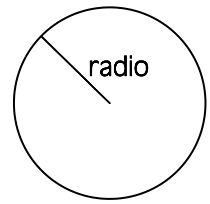
Como puedes ver, Milo ha caminado en círculos. Un círculo no es un polígono, porque no está hecho de segmentos de línea recta. En un polígono, los segmentos de línea se utilizan para determinar las dimensiones. Un círculo no tiene lados. ¿Cómo encontramos las dimensiones de un círculo?

Lo que es interesante acerca de los círculos es que todos tienen la misma forma. (Por lo tanto, ¡todos ellos son similares entre sí!) Todos son redondos. La única diferencia entre los círculos es su tamaño. Pensando en esto ¿qué pasaría si ataras a Milo con una cuerda de 5 ft. de largo?



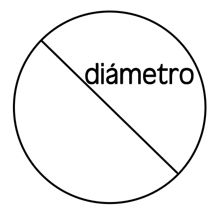
Si atamos a Milo con una cuerda más corta, el círculo se hace más pequeño. Por tanto, la dimensión que cambia el tamaño del círculo es la longitud de la cuerda. La longitud de la cuerda representa el **radio** del círculo.

- El **radio** de un círculo es la distancia desde el centro del círculo a la orilla del mismo. La forma plural en inglés de "radio" es *radii* (ray-dee-eye).



El radio del círculo más grande es 10 ft., y el radio del círculo más pequeño es 5 ft. El **diámetro** de un círculo está directamente relacionado con su radio.

- El **diámetro** es la distancia que cruza el círculo y que pasa por el centro del mismo.



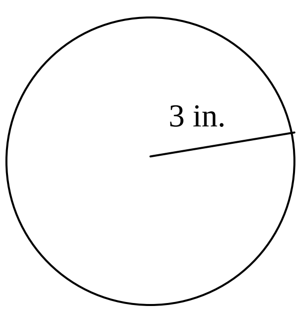
El diámetro es dos veces la longitud del radio.

Si d = diámetro y r = radio, entonces $d = 2r$.

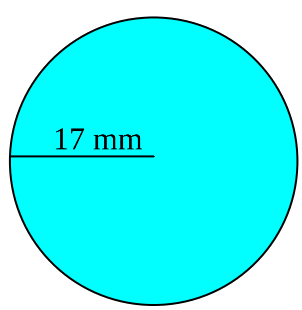
Ejemplo

Encuentra la longitud del diámetro de los siguientes círculos.

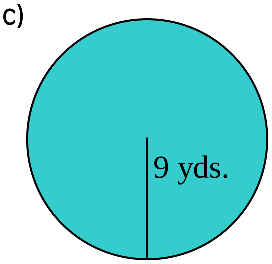
a)



b)



c)



Solución

Para resolver cada uno de estos problemas, recuerda que el diámetro <u>siempre</u> es dos veces el radio.

$$d = 2r$$

a) r = 3 in.(pulgadas), así $d = 2(3 \text{ in.}) = 6 \text{ in.}$

b) r = 17 mm (milímetros), así $d = 2(17 \text{ mm}) = 34 \text{ mm}$.

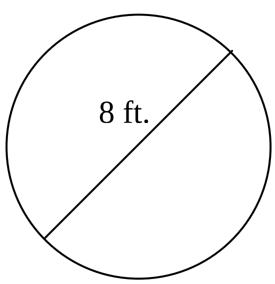
c) r = 9 yds.(yardas), así $d = 2(9 \text{ yds.}) = 18 \text{ yds.}$

¡Inténtalo!

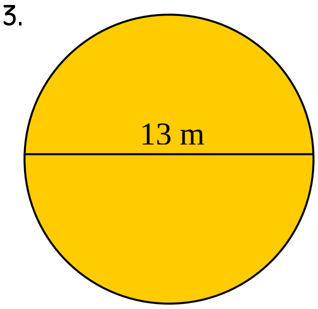
1. Encuentra el diámetro de un círculo con <u>radio</u> de 2.5 unidades.

Encuentra el radio de los siguientes círculos.

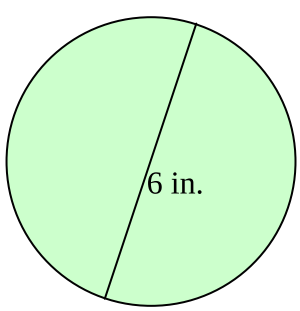
2.



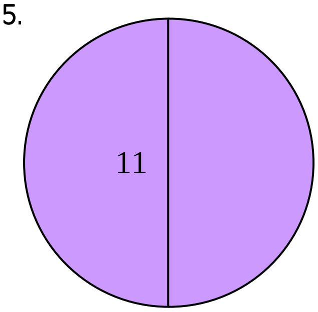
3.



4.

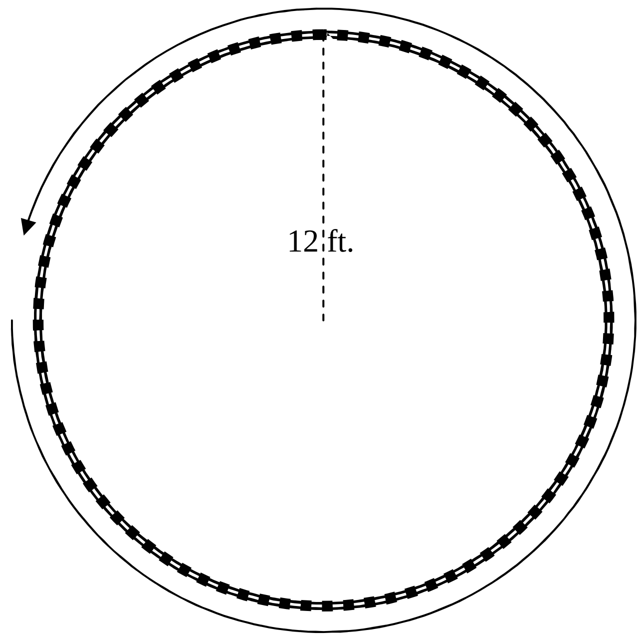


5.



Tras varios días, te sientes mal por atar a Milo en el patio trasero. Por lo que decides construirle un corral circular para que juegue dentro. Milo estaba atado con una cuerda de 10 ft. de largo. Deseas que el corral sea un poco más grande. Por lo que decides que el radio del corral sea de 12 ft. Necesitas ahora calcular la longitud de la cerca que necesitarás para hacer el corral.

La longitud de la cerca que necesitas será la distancia que existe alrededor del corral circular. La distancia alrededor de un círculo se denomina como la **circunferencia**.



- La **circunferencia** de un círculo es la longitud que existe alrededor de la orilla exterior de un círculo. La circunferencia de un círculo es similar al perímetro de un

Para encontrar la circunferencia, utilizamos una fórmula directamente relacionada con el radio y el diámetro. Recuerda: cuando la cuerda de Milo era más larga, el círculo era más grande. Cuando el radio de un círculo se incrementa, pasa lo mismo con la circunferencia. También, recuerda que el diámetro está directamente relacionado con el radio. Cuando el radio se incrementa, pasa lo mismo con el diámetro. La fórmula que utilizamos para la circunferencia de un círculo es:

$$C = \pi d$$

C = circunferencia; π = pi; d = diámetro.

- El símbolo π es en realidad la letra griega, **pi**. En matemáticas, denota el número que obtienes si divides la circunferencia de un círculo entre su diámetro. Pi no es una variable, siempre es el mismo número.
  - $\pi \approx 3.14 \approx \dfrac{22}{7}$

HECHO

Pi es un número que nunca termina y no es repetitivo. Los primeros 25 espacios decimales de pi son 3.1415926535897932384626433…

Para nuestros propósitos, usamos el valor de 3.14 y de $\frac{22}{7}$ para estimar

Deseas hacer un círculo con un radio de 12 ft.

¿Cómo podemos encontrar la circunferencia de un círculo si solo conocemos el radio?

Si el radio es de 12 ft., el diámetro es de 24 ft. $(d = 2r = 2(12) = 24 \text{ ft.})$

Con la información dada, podemos encontrar la circunferencia del corral.

$$C = \pi d = 24\pi \approx 24(3.14) \approx 75.36 \text{ ft.}$$

La circunferencia alrededor del corral del perro será de aproximadamente 75.36 ft. Esto significa que necesitarás 75.36 ft. de cercado.

Ejemplo

Madeline está construyendo una alberca circular en su patio trasero. Ella desea que el diámetro de su alberca sea de 30 ft. Si el muro de la alberca cuesta $12 per foot (por pie), ¿cuánto le costará a Madeline tener su alberca?

Solución

Primero, debemos encontrar cuántos pies de muro de alberca necesita Madeline para construir su alberca circular. Si ya conocemos el diámetro de la alberca, podemos determinar la circunferencia de la misma.

$$C = \pi d = 30\pi$$
$$30(3.14) = 94.2 \text{ ft.}$$

La circunferencia nos dice cuántos pies hay alrededor de la alberca, lo cual nos dice cuántos pies de muro necesita Madeline. Se necesitan 94.2 ft. de muro alrededor de la alberca.

Enseguida, necesitamos encontrar cuánto nos costará construir 94.2 ft. de muro. Si el muro cuesta \$12 por pie, necesitamos multiplicar el precio por pie por el número total de pies.

$$\$12 \times 94.2 = \$1{,}130.40$$

Madeline tiene que pagar \$1,130.40 para construir su alberca redonda.

Algunas veces es útil dibujar un croquis para resolver este tipo de problemas. Intenta resolver algunos problemas de circunferencias tú mismo.

6. Miguel dio 5 vueltas corriendo alrededor de una pista circular. Si el radio del círculo es de 60 metros, ¿qué distancia recorrió? (Utiliza $\pi \approx 3.14$)

7. Ana acaba de comprar una bicicleta nueva. Las llantas de su bici tienen un diámetro de 55 cm. Ana desea saber que circunferencia tienen. (Utiliza $\pi \approx \frac{22}{7}$) Aproxima a centésimas.

8. Tomás averiguó que la circunferencia del reloj del pueblo es de 30 metros. Tomás quiere saber cuál es el diámetro del reloj. (Utiliza $\pi \approx 3.14$) Aproxima a décimas.

Regresemos a la historia de Milo, el perro. Después de terminar la construcción del corral circular para Milo, te preguntas cuántos pies cuadrados de terreno hay dentro. Ahora, estás buscando el área del círculo.

Como con la circunferencia, el área depende del radio del círculo. Si el radio del círculo se incrementa, igual pasará con el área.

La fórmula del área para círculos es

$$\text{Área} = \text{pi} \times (\text{radio})^2 \quad \text{o} \quad A = \pi r^2$$

Así, para encontrar el área del corral circular de Milo, necesitas el radio. Construiste el corral con un radio de 12 ft., entonces inserta ese valor en la fórmula.

$$A = \pi r^2 = \pi(12)^2 = 144\pi$$

$$144(3.14) = 452.16 \text{ sq. ft.}$$

El área del corral de Milo es de 452.16 sq. ft.(pies cuadrados)

Recuerda

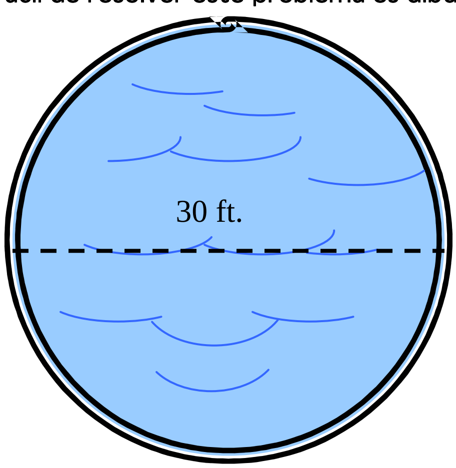
Cuando escribimos números al lado de variables, escribimos el número primero. Esta regla se aplica para un número al lado de pi, también.

Ejemplo

Madeline construyó su alberca con un diámetro de 30 ft. Ahora desea adquirir una cubierta para su alberca, necesita entonces conocer cuántos pies cuadrados hay en la superficie de la misma.

Solución

La forma más fácil de resolver este problema es dibujando una figura.



Ella debe encontrar el <u>área</u> de este círculo para conseguir la cubierta del tamaño apropiado. Primero, necesita encontrar el radio de la alberca. Si el diámetro de la alberca es de 30 ft., entonces el radio es la mitad de eso, o sea 15 ft.

Enseguida, inserta el valor del radio en la fórmula del área para círculos.

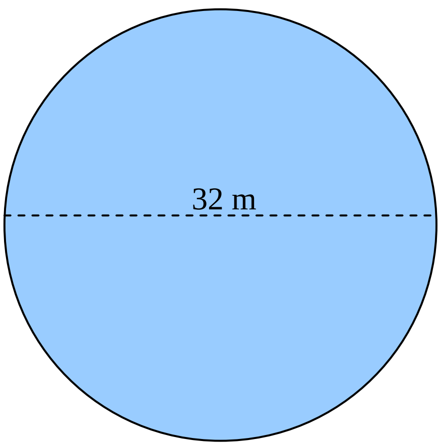
$$A = \pi r^2 = \pi(15)^2 = 225\pi$$

$$225(3.14) = 706.5 \text{ sq. ft.}$$

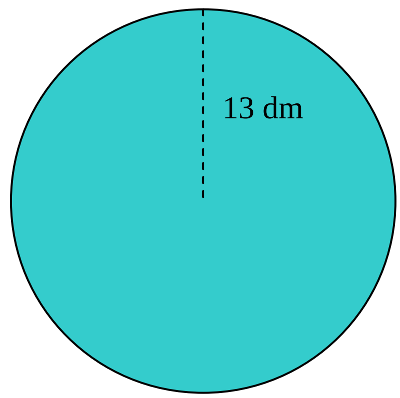
Así, la alberca de Madeline tiene 706.5 sq. ft. Ahora ya sabe qué tamaño de cubierta debe buscar.

Encuentra el área de los siguientes círculos. Utiliza $\pi \approx \frac{22}{7}$, y aproxima al dígito más cercano.

9.



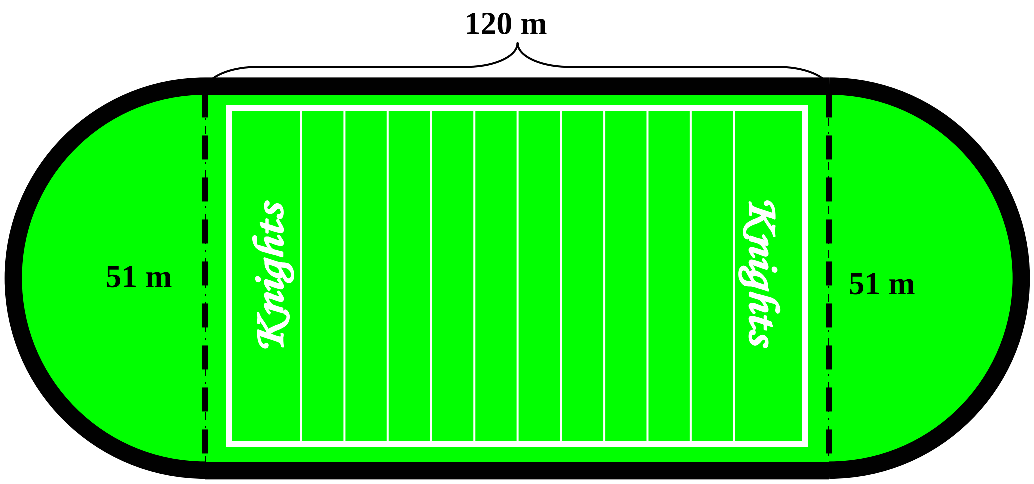
10.



En ocasiones, los problemas matemáticos involucran una combinación de formas y círculos.

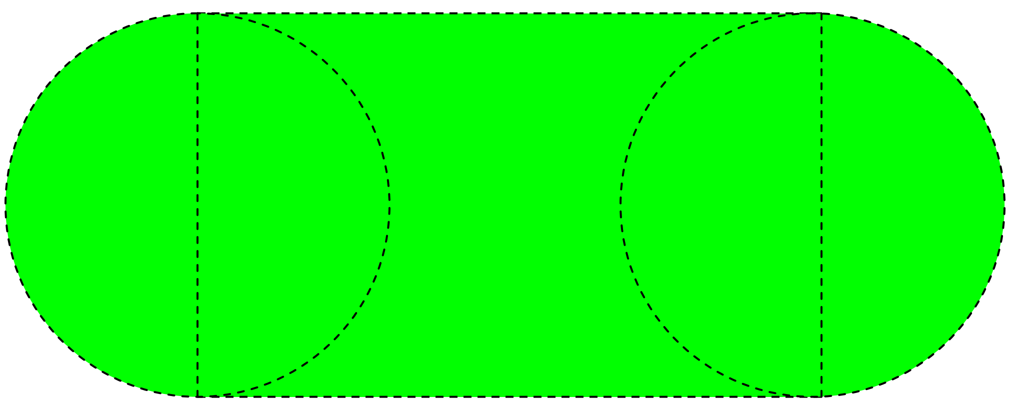
Ejemplo

La pista de la escuela corre alrededor del campo de fútbol como se muestra debajo. Conociendo sus dimensiones, ¿cuál es la distancia alrededor de la pista?



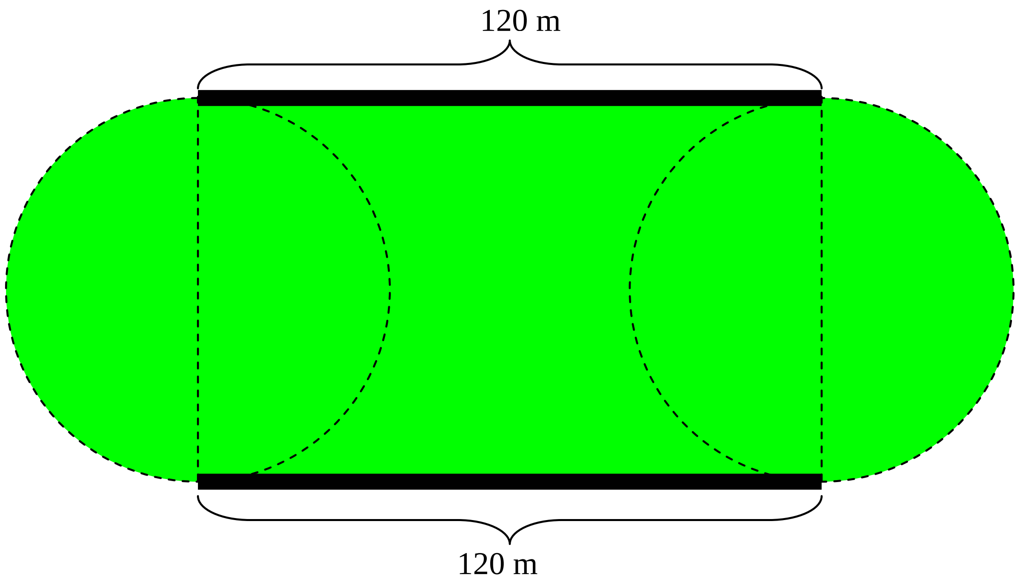
Solución

Para resolver este problema, debemos imaginar qué forma estamos buscando. Si descomponemos el diagrama en formas familiares, tenemos lo siguiente:



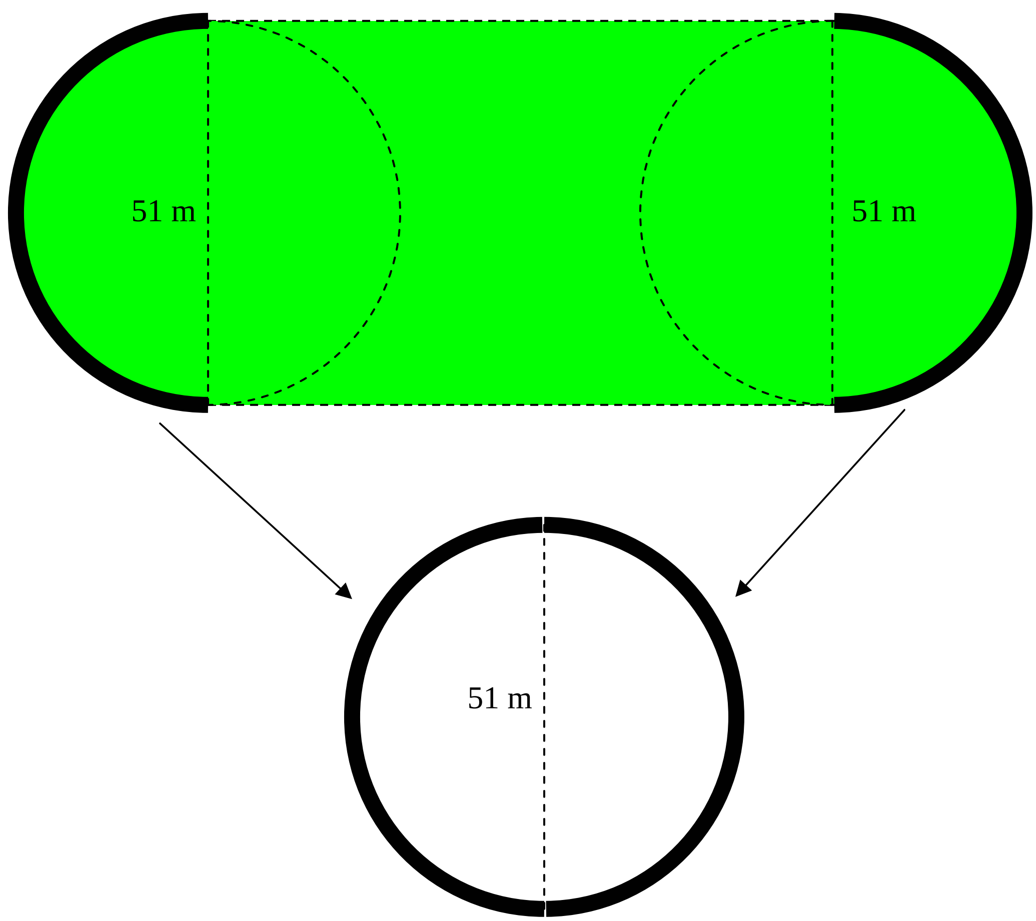
Como podemos ver, la pista está formada de un rectángulo y dos semicírculos.

Primero, encontraremos la distancia alrededor de la parte rectangular de la pista.



La distancia de la parte rectangular junto a la pista es de 120 + 120 = 240 metros.

Luego, conoceremos la distancia alrededor de los dos semicírculos. Debido a que éstos tienen el mismo diámetro, podemos entonces ponerlos juntos para formar un círculo completo.



La circunferencia del círculo es

$$C = \pi d = 51\pi$$

$$51(3.14) = 160.14 \text{ m}$$

Si la distancia alrededor de la parte circular de la pista es de 160.14 m, y la distancia alrededor de la parte rectangular de la pista es de 240.0 m, entonces la distancia total es

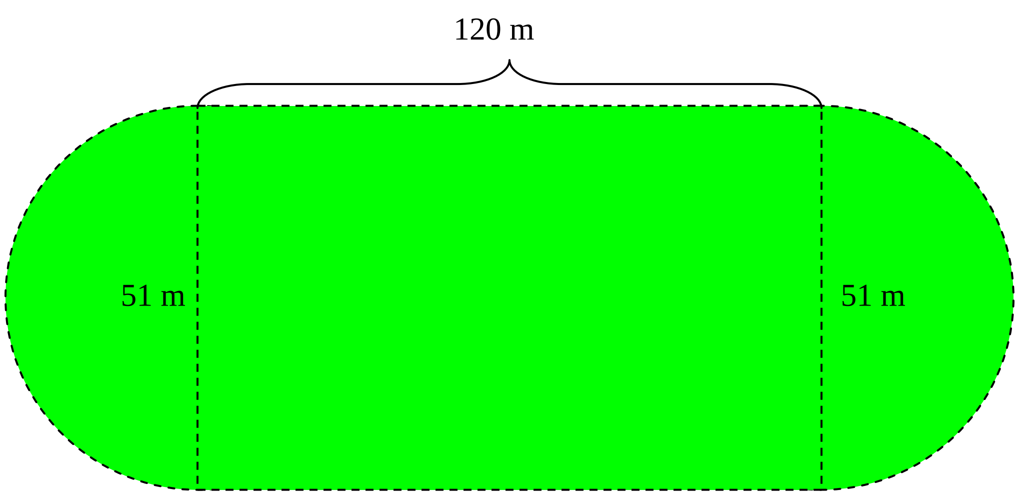
$$240.0 + 160.14 = 400.14 \text{ m}.$$

Ejemplo

Supón que Jorge debe cortar el pasto dentro de la pista. ¿Cuántos metros cuadrados debe cortar?

Solución

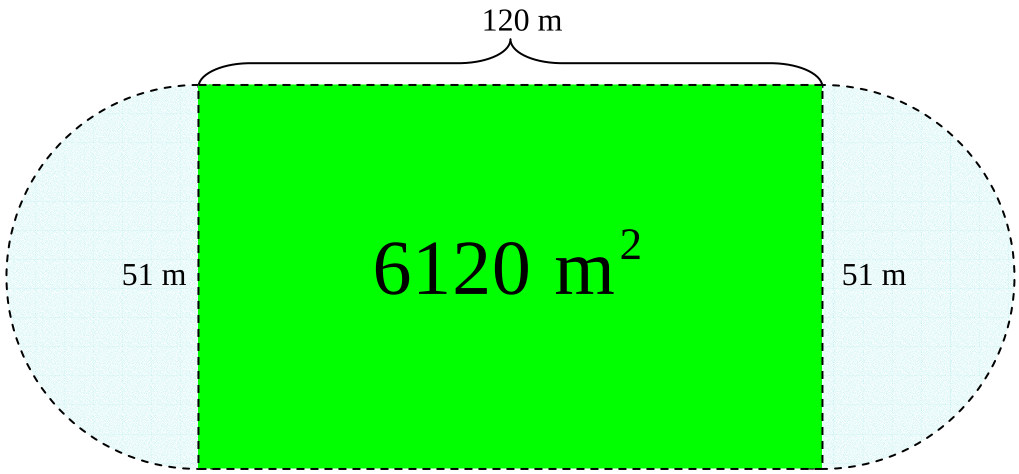
Para resolver este problema, tenemos que descomponer el área en formas familiares de nuevo.



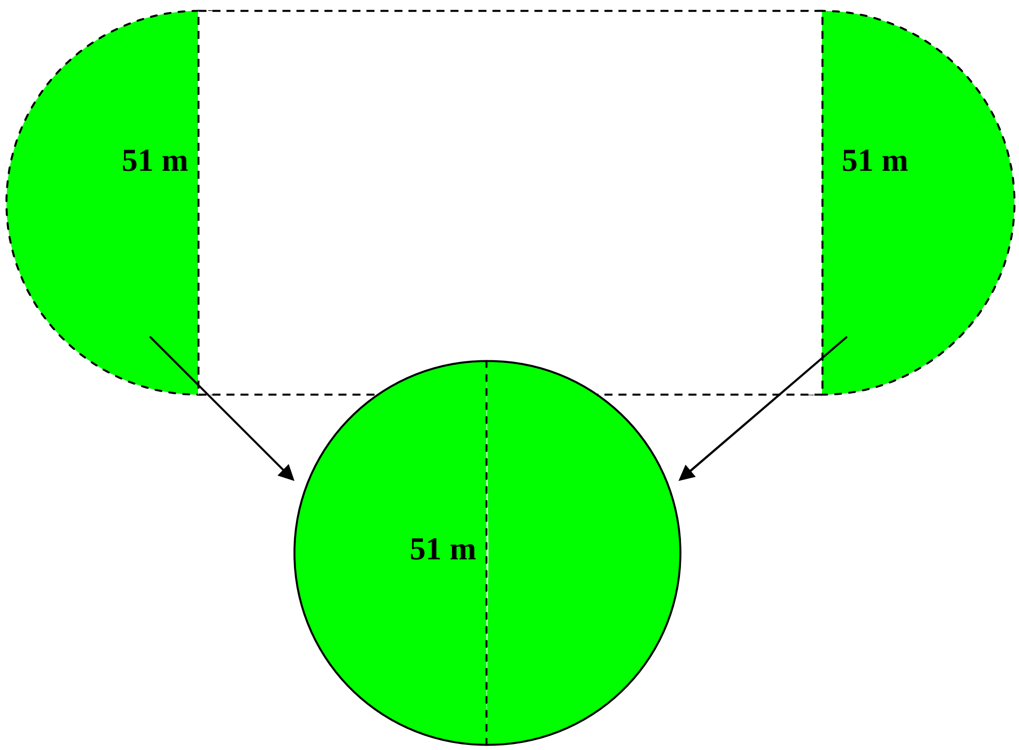
Debemos encontrar el área de la parte coloreada, compuesta de un rectángulo y dos semicírculos.

Primero, encontramos el área de la parte rectangular.

El rectángulo tiene una base de 120 metros y una altura de 51 metros, por lo que el área del rectángulo es 6120 m^2. $51 \times 120 = 6120 \text{ m}^2$



Luego, encontramos el área de los dos semicírculos. Otra vez, los dos semicírculos tienen el mismo diámetro. Podemos ponerlos juntos para hacer un círculo completo.



Para encontrar el área de este círculo, necesitamos conocer el radio primero. Si el diámetro es de 51 metros, el radio es la mitad de eso. El radio es 25.5 metros. Insertamos el valor del radio en la fórmula del área para círculos.

$$A = \pi r^2 = \pi(25.5)^2 = 650.25\pi$$

$$650.25(3.14) = 2041.785 \text{ m}^2$$

Finalmente, sumamos el área del rectángulo y el área de los semicírculos. El área total es,

$$6120 + 2041.785 = 8161.785 \text{ m}^2$$

Como antes, cuando encontramos el área de una figura, nuestra respuesta está en square unidades. La distancia alrededor de un objeto (circunferencia o perímetro) está solo en unidades.

Las fórmulas de la circunferencia y del área pueden ser difíciles de recordar debido a que ambas incluyen el número *pi*. Para facilitar su retención, utiliza el siguiente dicho en inglés:

"Cherry pie is delicious. Apple pies are too."

$$C = \pi d \qquad\qquad A = \pi r^2$$

Cuando dices las dos frases juntas, se oye bien. Di las frases y las fórmulas en voz alta un par de veces.

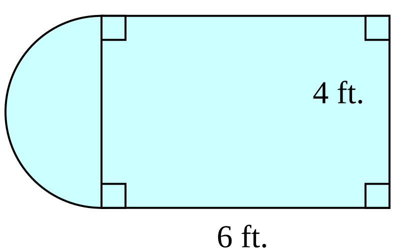
"Cherry pie is delicious, apple pies are too."

$$C = \pi d \qquad\qquad A = \pi r^2$$

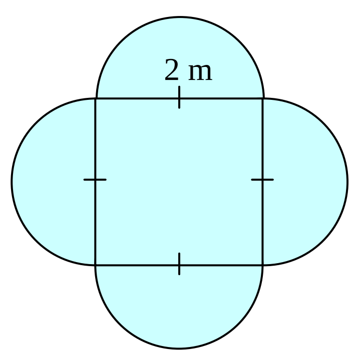
Intenta resolver los siguientes problemas. Suma las áreas de objetos familiares.

Encuentra el área de los siguientes objetos. Utiliza $\pi = 3.14$

11.



12.



☑ Repaso

1. Marca las siguientes definiciones:
    a. radio
    b. diámetro
    c. circunferencia
    d. pi (π)
2. Escribe una pregunta que te gustaría hacerle a tu instructor, o algo nuevo que hayas aprendido en esta lección.

____

____

____

____

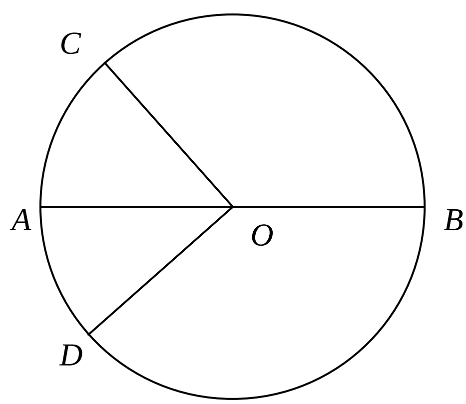
Problemas de práctica

Math On the Move Lección 21

Instrucciones: Escribe las respuestas en la libreta de matemáticas. Titula este ejercicio Math On the Move – Lección 21, Conjuntos A y B

Conjunto A

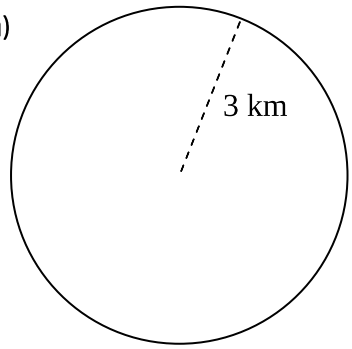
1. Utilizando el diagrama del círculo *O*,
    a) nombra el diámetro
    b) nombra todos los radios



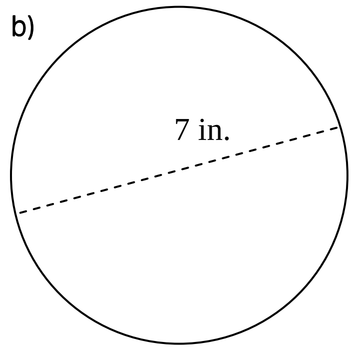
2. Si el círculo *O* tiene un radio de 6 mm. Encuentra la longitud de:
    a) $\overline{AB}$
    b) $\overline{CO}$

3. Encuentra el área y la circunferencia de los siguientes círculos. (Aproxima a décimas)

a)



b)



4. Danny encontró el área del círculo, pero siente que su respuesta no es correcta. ¿Qué fue lo que hizo mal? ¿Cuál es el área real del círculo?

Nombre:____Danny_____

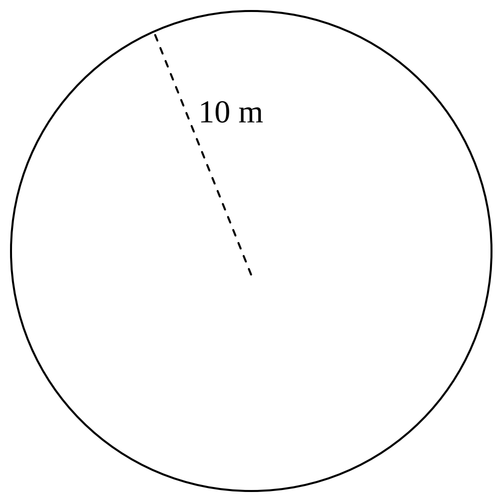
Radio = 10 m

$A = \pi r^2$

$A = \pi(10)^2$

$A = 20\pi$

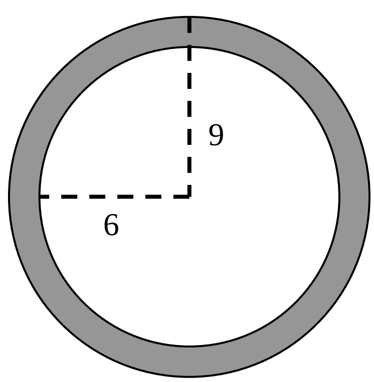
$A = 20(3.14) = 62.8$



Conjunto B

1. Un cliente entra en tu negocio de pizzas y pregunta cuál es el área de una rebanada de pizza. Sabes bien que el diámetro de una pizza normal es de 12 inches, y que cada una de ellas se corta en 8 rebanadas iguales. Encuentra el área de una rebanada. (*Pista*: Dibuja una figura para ayudarte)

2. ¿Cuál es el área del anillo sombreado?



Respuestas a Inténtalo

1. 5 units
2. 4 ft.
3. 6.5 m
4. 3 in.
5. 5.5 units
6. En el círculo, el diámetro es 120, así $\begin{array}{l} C = \pi d = 120\pi \\ 120(3.14) = 376.8 \text{ m} \end{array}$. La circunferencia de la pista es 376.8 m. Si Miguel dio 5 vueltas, corrió $376.8 \times 5 = 1884 \text{ m}$.
7. El diámetro es 55, así $\begin{array}{l} C = \pi d = 55\pi \\ 55\left(\frac{22}{7}\right) = \frac{1210}{7} \approx 172.86 \text{ cm} \end{array}$
8. La circunferencia está dada, y buscamos el diámetro. Sabemos que la fórmula es $C = \pi d$, y ya que conocemos la circunferencia, necesitamos dividir la circunferencia entre *pi* para obtener el diámetro. $30 \div 3.14 \approx 9.6 \text{ m}$
9. 805 m^2
10. 531 dm^2
11. 30.28 ft.^2
12. 10.28 m^2

Fin de la lección 21