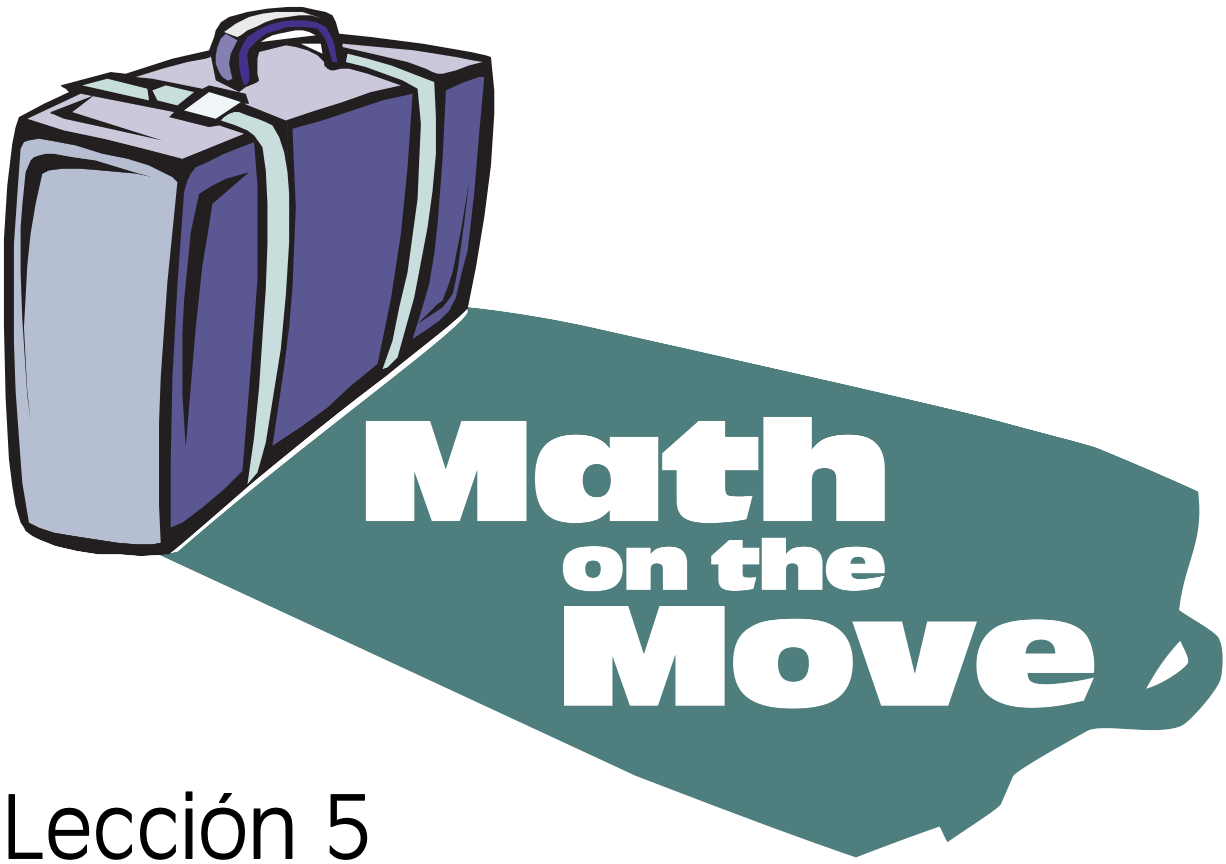
Nombre del estudiante: ______________________________

Fecha: ______________________________

Nombre de la persona de contacto: ______________________________

Número de teléfono: ____________________



Lección 5

Introducción a las fracciones

Objectivos

- Entender qué representa una fracción
- Hallar fracciones equivalentes

Autores:

Jason March, B.A.
Tim Wilson, B.A.

Traductores:

Felisa Brea
Hugo Castillo

Editor:

Linda Shanks

Gráficos/Gráficas:

Tim Wilson
Jason March
Eva McKendry

Como el sistema de medidas estándar es usado comúnmente en los Estados Unidos, esas unidades de medida (inches, feet, yards, miles, pounds, ounces, cups, pints, quarts, y gallons) han sido dejadas en inglés. Estas unidades de medida aparecen en mayor detalle en la lección 14.

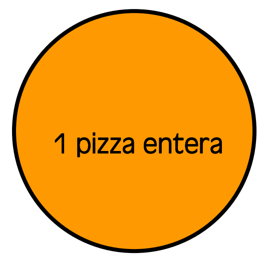
Centro National PASS
Centro Migrante BOCES Geneseo
27 Lackawanna Avenue
Mount Morris, NY 14510
(585) 658-7960
(585) 658-7969 (fax)
www.migrant.net/pass

Preparado por el Centro PASS bajo los auspicios del Comité Coordinador Nacional de PASS con fondos del Centro de Servicios de Educación de la Región 20, San Antonio, Texas como parte del proyecto dei Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante (MAS) = Logros en Matemáticas Achievement = Success (MAS) - Además, del apoyo de proyecto del Consorcio de Incentiva del Programa de Educación Migrante de Oportunidades para el Éxito para los Jóvenes fuera–de-la-Escuela (OSY) bajo el liderazgo del Programa de Educación Migrante de Kansas.

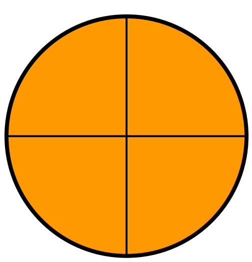
Imagina que tienes un negocio de pizzas. Una noche, una familia de cuatro personas entra en tu establecimiento y pide una pizza, pero te piden que se la cortes para que todas las personas en la familia reciban trozos del mismo tamaño. Después, una familia de cinco entra y pide la misma cosa, entonces cortas la pizza en cinco partes iguales y le das a cada persona un trozo. Entonces, una familia de diez entra, y ¡pide la misma cosa! ¿Qué familia va a recibir los trozos más grandes?

Esperamos que tú entiendas que aunque la familia de diez recibe diez trozos de pizza, sus trozos son mucho más pequeños que los que recibieron los de la familia de cinco, y más pequeños que los de la familia de cuatro. Cada persona en la familia de cuatro come más pizza que los de la familia de cinco o de diez.

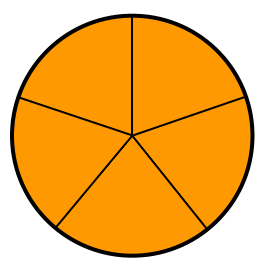
Podemos mostrar esto usando matemáticas e ilustraciones.
La pizza es generalmente redonda, entonces haremos un círculo para representar una pizza entera.



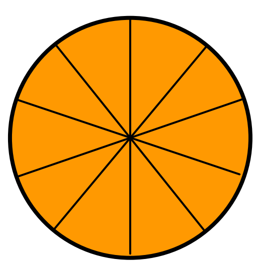
Si queremos representar la pizza de la familia de cuatro, dividimos la pizza entera en cuatro partes iguales.



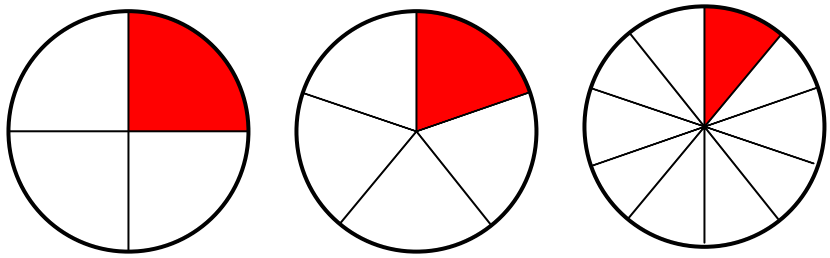
Para representar la pizza de la familia de cinco, dividimos una pizza entera en cinco partes iguales.



Para representar la pizza de la familia de diez, dividimos una pizza entera en diez partes iguales.



Recuerda que te preguntabas qué familia recibe los trozos más grandes. Entonces, debemos comparar cada trozo de cada pizza.



Si comparamos el tamaño de las partes sombreadas de las ilustraciones de arriba, vemos que la pizza cortada en cuatro trozos iguales tiene la parte sombreada más grande. Esto significa que la familia de cuatro recibirá los trozos más grandes.

Estas ilustraciones pueden ser escritas como **fracciones**, porque estamos enfocándonos en una parte de un todo.

- Una **fracción** es el cociente de dos números, *a* y *b*. Una fracción se escribe como $\frac{a}{b}$, y significa $a \div b$.

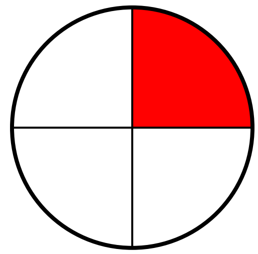
Veamos las tres pizzas hechas para las tres familias, y representémoslas usando fracciones.

Las fracciones se usan muy a menudo para representar parte de un todo. Escribiremos esto como

$$\frac{parte}{entera}$$

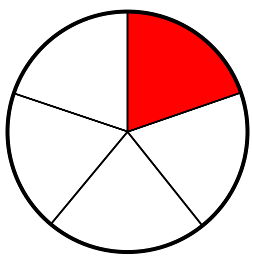
La familia de cuatro recibe una pizza cortada en 4 trozos iguales. En otras palabras, toda la pizza se divide en 4 trozos. Si nos concentramos sólo en uno de los trozos, vemos 1 parte de toda la pizza. La ilustración puede ser representada por la siguiente fracción.

$$\frac{1}{4}$$

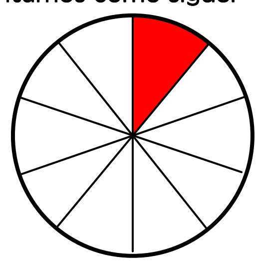


Sabemos esto porque estamos mirando 1 parte de los 4 trozos que hacen un todo.

Si observamos las pizzas de las otras familias, las representamos como sigue:



$$= \frac{1}{5}$$



$$= \frac{1}{10}$$

En cada ilustración, sombreamos 1 parte de la pizza entera. Toda la pizza está hecha de un número total de trozos. Como puedes ver, los trozos individuales pueden ser representados por fracciones. En estas fracciones, la parte es el **numerador**, y el todo es el **denominador**.

- El número de arriba de una fracción se llama **numerador**.
- El número de abajo se llama **denominador**.

$$\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}$$

El denominador te dice de qué clase de partes estamos hablando. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$ significa que hablamos de medios, $\frac{1}{3}$ significan tercios, $\frac{1}{4}$ cuartos, $\frac{1}{5}$ quintos, y así sucesivamente. El numerador dice cuántas partes tiene usted – medios, tercios, cuartos, quintos, etc.

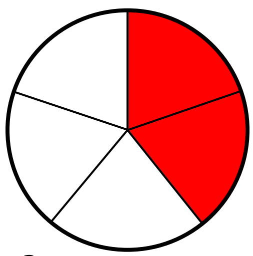
En la problema de la pizza, nos concentramos en 1 sólo trozo, pero ¿y si queremos ver varios trozos?

Ejemplo

Dos personas en la familia de cinco decidieron guardar sus trozos para más tarde. ¿Qué fracción de toda la pizza guardaron para más tarde?

Solución

En este caso, hay 5 trozos en total, y 2 de ellos se guardan. El denominador será 5 porque son 5 los trozos en total. El numerador será 2 porque estamos hablado de 2 trozos de un total de 5.

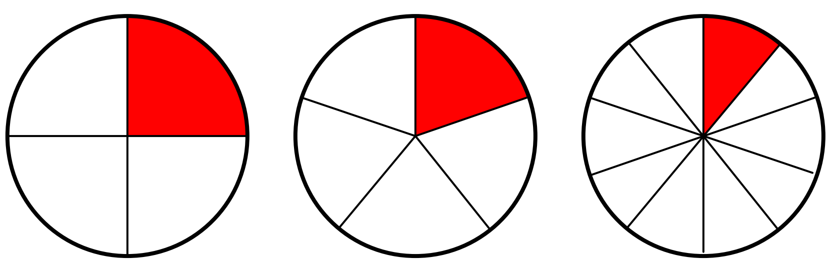


$$= \frac{2}{5}$$

Entonces, $\frac{2}{5}$ de la pizza se deja para más tarde.

Puedes preguntarte por qué usamos ilustraciones para representar estas fracciones. Las ilustraciones nos ayudan a crear una representación visual de las fracciones, y nos ayudan a comparar fracciones.

Volvamos al problema inicial de la pizza.



Como podemos ver, la zona sombreada es más grande en la ilustración de la izquierda y la más pequeña en la de la derecha. Si representáramos estas áreas sombreadas usando fracciones lo diríamos así:

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{10}$$

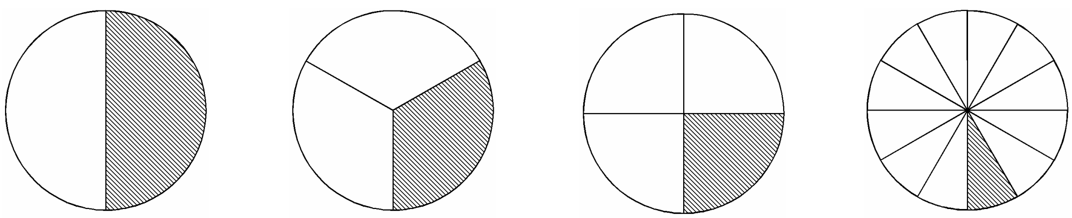
Este método de comparar fracciones sólo funciona si usamos el mismo objeto para representar un todo. En este caso, usamos círculos idénticos para representar cada pizza entera.

Ejemplo

Compara el tamaño de las fracciones $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4},$ y $\frac{1}{12}$, y ordénalas de menor a mayor.

Solución

Usaremos ilustraciones que nos ayuden a contestar esta pregunta.



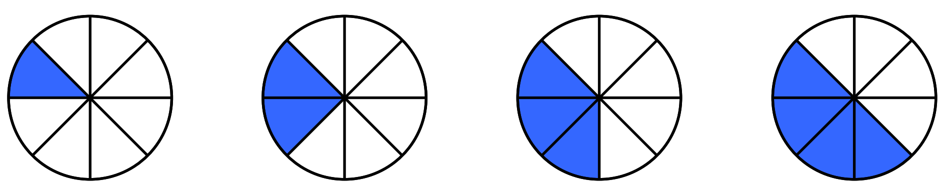
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{12}$

Aquí, usamos un círculo del mismo tamaño para representar un todo.

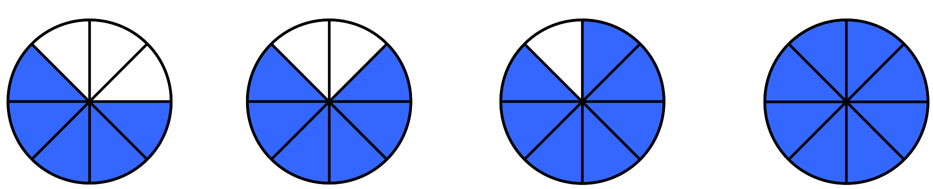
Lo mismo que en la historia de la pizza, vemos que cuando la misma forma se divide es partes iguales, cuantas más partes haya, más pequeñas son cada una. Entonces la respuesta es

$$\frac{1}{12}, \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{2}$$

La regla es: si un conjunto de fracciones tiene el mismo numerador, la que tenga el denominador <u>menor</u> es la que tiene más valor. ¿Y si las fracciones tienen el mismo denominador, pero diferentes numeradores? Mira al ejemplo de abajo. ¿Qué observas?



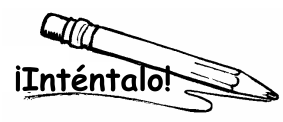
$\frac{1}{8}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{8}$



$\frac{5}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{8}{8}$

Como el numerador crece, también crece el valor de la fracción. ¿Por qué? Como se dijo antes, el numerador le dice "cuántos" de los que está considerando. Entonces, si tenemos la fracción, $\frac{1}{5}$, sabemos por el denominador que estamos usando quintos, y sólo tenemos uno de esos quintos. ¿Cómo se compara esto con la fracción $\frac{2}{5}$? Todavía usamos quintos pero ahora tenemos dos de ellos; $\frac{2}{5}$ debe ser mayor que $\frac{1}{5}$.

Basándote en esta información, haz algunos de estos problemas por tu cuenta.



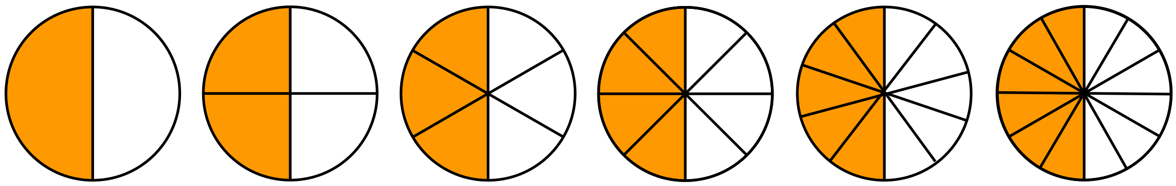
1. Pon un círculo alrededor de la fracción más grande.

a) $\frac{1}{11}$ o $\frac{1}{9}$ b) $\frac{6}{17}$ o $\frac{6}{15}$ c) $\frac{13}{19}$ o $\frac{11}{19}$

A veces ayuda comparar fracciones desconocidas con números conocidos para ver qué grandes son. Así, piensa en $-\frac{2}{3}$, y $\frac{1}{3}$. Al principio puedes estar tentado a decir que $-\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$ porque el numerador de $-\frac{2}{3}$ parece mayor que el numerador de $\frac{1}{3}$. Pero comparado con 0, sabemos que los números negativos son siempre menores que cero, y números positivos son siempre mayores que cero, entonces $-\frac{2}{3} < \frac{1}{3}$.

Otro hecho interesante sobre las fracciones es que, aunque parezcan diferentes, pueden tener el mismo valor.

Observa la ilustración de estas fracciones



$$\frac{1}{2} \qquad \frac{2}{4} \qquad \frac{3}{6} \qquad \frac{4}{8} \qquad \frac{5}{10} \qquad \frac{6}{12}$$

Podemos ver que son todas iguales porque todas las zonas sombreadas son iguales. La única diferencia es en cuántas partes está dividido cada círculo. No importa cuántas partes tiene cada círculo, el total es siempre lo mismo- ¡un todo!

Observamos a las fracciones y vemos por qué son todas iguales, usando álgebra. Una vez más, iguales a $\frac{1}{2}$ son

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{4}, \quad \frac{3}{6}, \quad \frac{4}{8}, \quad \frac{5}{10}, \quad \frac{6}{12}, \quad \ldots$$

¿Ves el patrón con los números? Escribamos las fracciones para mostrar en forma más clara cómo son iguales.

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times1}{2\times1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}\right)$$

$$\frac{2}{4}=\frac{1\times2}{2\times2}=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{2}\right)$$

$$\frac{3}{6}=\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{3}\right)$$

$$\frac{4}{8}=\frac{1\times4}{2\times4}=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{4}\right)$$

$$\frac{5}{10}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{1}{2}\left(\frac{5}{5}\right)$$

$$\frac{6}{12}=\frac{1\times6}{2\times6}=\frac{1}{2}\left(\frac{6}{6}\right)$$

HECHO

Cualquier número dividido por sí mismo es igual a uno. Por ejemplo $\frac{5}{5}=1$ *y* $\frac{z}{z}=1$

Cada forma igual a $\frac{1}{2}$ es $\frac{1}{2}$ multiplicado por algo igual a uno.

Si cada fracción de las anteriores pueden escribirse como $\frac{1}{2}\times1$, y la propiedad de identidad dice que $\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{2}$, entonces hemos probado que todas las fracciones diferentes son iguales a $\frac{1}{2}$. ¡Hurra!

HECHO

La propiedad de identidad de la multiplicación dice que cualquier número multiplicado por 1 es ese número. Nos permite multiplicar cualquier fracción por 1, sin cambiar su valor.

Podemos usar la propiedad de identidad para encontrar fracciones equivalentes de *cualquier* fracción. Probemos con un ejemplo.

Ejemplo

Escribe dos fracciones que sean equivalentes a $\frac{1}{3}$.

Solución

Si multiplicamos el numerador y el denominador por 2, vemos que

$$\frac{1}{3} = \frac{1\times 2}{3\times 2} = \frac{2}{6}$$

O podemos multiplicar el numerador y el denominador por 3 y conseguir:

$$\frac{1}{3} = \frac{1\times 3}{3\times 3} = \frac{3}{9}$$

Entonces, $\frac{2}{6}$ y $\frac{3}{9}$ son equivalentes a $\frac{1}{3}$.

De nuevo, somos capaces de hacer esto porque multiplicamos por algo igual a 1, entonces las fracciones son equivalentes.

2. Escribe dos fracciones que sean equivalentes a:

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{2}{3}$

3. Completa la fracción equivalente a:

a) $\frac{3}{5} = \frac{12}{\square}$

b) $\frac{16}{24} = \frac{\square}{12}$

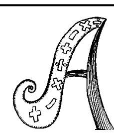
Fracciones equivalentes son útiles para escribir fracciones usando números más pequeños.

Por ejemplo, $\frac{30}{45}$ es una fracción con números grandes, pero podemos simplificarlos usando fracciones equivalentes y factores comunes.

- Una fracción es en la **forma más simple** o **términos más bajos** si el numerador y el denominador no comparten factores comunes. Así, la fracción no tiene formas equivalentes con números más pequeños.

La forma más simple y los términos más bajos significan lo mismo, entonces no te confundas cuando veas una o la otra. "Simplificar" también significa poner algo en la forma más simple.

Así, $\frac{6}{9}$ no está en los términos más bajos, porque el numerador y el denominador comparten el 3 de factor común. $\frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$



Algoritmo

Para poner una fracción en los términos más bajos:

1. Halla el Máximo Común Factor del numerador y del denominador.
2. Divide el numerador y el denominador por ese factor.

Recuerda, si el numerador y el denominador de una fracción no tienen factores en común, entonces ya está en la forma más simple. Además, si una fracción está en la forma más simple, el MCF de su numerador y denominador es 1.

Ejemplo

Escribe $\frac{30}{45}$ en los términos más bajos.

Solución

Pasos 1 & 2: Escribe los factores del numerador y del denominador.

Subraya, pon en un círculo, o marca los factores que tienen en común.

Factores de 30: **1**, 2, **3**, **5**, 6, 10, **15**, 30

Factores de 45: **1**, **3**, **5**, 9, **15**, 45

Paso 3: Vemos que quince es el máximo común factor.

Paso 4: Divide el numerador y el denominador por el MCF.

$$\frac{30}{45} = \frac{30 \div 15}{45 \div 15} = \frac{2}{3}$$

4. Escribe las siguientes fracciones en la forma más simple.

a) $\frac{4}{12}$ b) $\frac{6}{15}$ c) $\frac{4}{5}$

Una manera de ver si las fracciones son equivalentes es el método del **producto cruzado**.

- El **producto cruzado** muestra que el producto de los medios es igual al producto de los extremos en fracciones equivalentes. Exploraremos la definición de los términos subrayados con más detalle cuando discutamos proporciones en la Lección 16.
- El numerador de la primera fracción multiplicado por el denominador de la segunda fracción es igual al producto del denominador de la primera fracción y el numerador de la segunda fracción.

  Si $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, entonces $(1 \times 4) = (2 \times 2)$. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $(a \times d) = (b \times c)$.

Lo llamamos producto cruzado porque multiplicamos los números cruzados a ambos lados del signo igual.

Ejemplo

Demuestra que $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ usando el producto cruzado.

Solución

Escribe la fracción y muestra el producto cruzado.

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

$$(1 \times 12) = (3 \times 4)$$

$$12 = 12 \quad \checkmark$$

Como los productos cruzados son iguales, las fracciones son equivalentes.

Repaso

1. Marca las siguientes definiciones:
    a. fracción
    b. numerador
    c. denominador
    d. forma más simple
    e. términos menores
    f. producto cruzado

2. Marca la caja del “Algoritmo”.

3. Escribe una pregunta que te gustaría hacerle a tu instructor, o algo nuevo que hayas aprendido en esta lección.

____

____

____

____

Problemas de práctica

Math On the Move Lección 5

Instrucciones: Escribe las respuestas en la libreta de matemáticas. Titula este ejercicio Math On the Move – Lección 5, Conjuntos A y B

Conjunto A

1. ¿Qué fracción *no* es equivalente a $\frac{2}{3}$? (Mete en un círculo la respuesta correcta)

A. $\frac{2}{4}$ B. $\frac{6}{9}$ C. $\frac{4}{6}$ D. $\frac{20}{30}$

2. Di si la fracción está en la forma más simple. Si no, simplifícala

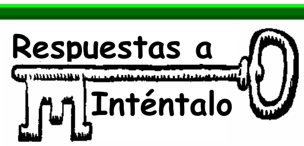
a) $\frac{8}{16}$ b) $\frac{12}{18}$ c) $\frac{9}{10}$ d) $\frac{13}{64}$

Conjunto B

1. ¿Cuántas fracciones equivalentes hay para cualquier fracción? Explica tu razonamiento.
2. Ordena las fracciones de menor a mayor. Una línea de números puede ayudar.

$$\frac{1}{2},\ \frac{3}{4},\ -\frac{1}{5},\ \frac{3}{5},\ -\frac{2}{3},\ -\frac{3}{5},\ 0,\ 1,\ -\frac{1}{2}$$

3. ¿Qué significa cuando el numerador de una fracción es <u>mayor que</u> su denominador? ¿Cómo se compara con el valor 1? Por ejemplo, es el valor de $\frac{4}{3}$ menos o más que 1? Explica tu respuesta usando ilustraciones y/o palabras.



1. a) $\frac{1}{11}$ o $\frac{1}{9}$ b) $\frac{6}{17}$ o $\frac{6}{15}$ c) $\frac{13}{19}$ o $\frac{11}{19}$

2. a) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \ldots$ b) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \ldots$

3. a) $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$ b) $\frac{16}{24} = \frac{8}{12}$

4. a) $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ b) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ c) $\frac{4}{5}$ está en la forma más simple

Fin de la lección 5